

数 学

次のⅠ，Ⅱ，Ⅲの設問について解答せよ。ただし，Ⅰ，Ⅱについては問題文中の にあてはまる適当なものを，解答用紙の所定の欄に記入せよ。なお，解答が分数になる場合は，すべて既約分数で答えること。

Ⅰ

〔1〕 x 軸に接し，点 (s, t) を中心とする円を C ，直線 $y = x$ を l とする。ただし， $s > t > 0$ とする。

(a) 円 C の半径は ア で，中心から直線 l までの距離は イ である。

(b) 円 C と直線 l が共有点をもつための条件は， ウ $\leq \frac{t}{s} < \input{type="text"}{エ}$ である。

(c) 円 C と直線 l が異なる 2 つの共有点 P, Q をもち，円 C 上に $\triangle PQR$ が正三角形となるように点 R をとる。このとき， $\frac{t}{s} = \input{type="text"}{オ}$ である。

(d) (c) の正三角形の面積が $12\sqrt{3}$ となるとき， $s = \input{type="text"}{カ}$ ，
 $t = \input{type="text"}{キ}$ である。

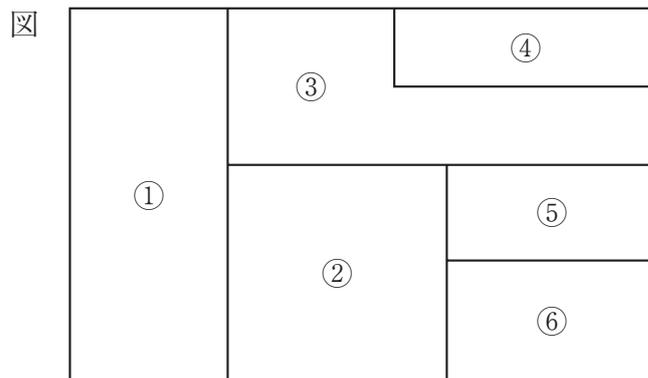
[2] 図の①から⑥の6つの部分を色鉛筆を使って塗り分ける方法について考える。
ただし、1つの部分は1つの色で塗り、隣り合う部分は異なる色で塗るものとする。答えは記号を用いず、数字で求めよ。

(a) 6色で塗り分ける方法は、通りである。

(b) 5色で塗り分ける方法は、通りである。

(c) 4色で塗り分ける方法は、通りである。

(d) 3色で塗り分ける方法は、通りである。



[3] 2つの放物線 $F_1: y = x^2 + 12x + 2$ と $F_2: y = x^2 - 6x + 11$ がある。
 F_1 と F_2 の両方に接する直線 l は $y =$ $x -$ である。このとき、
放物線 F_1 と直線 l は点 $($, $)$ で接しており、放物線 F_2 と
直線 l は点 $($, $)$ で接している。また、2つの放物線 F_1, F_2
と直線 l で囲まれた部分の面積は である。

Ⅱ 以下の問いに答えよ。なお、末尾に示す別表の数値を使うよう指示があるところは、その数値を使って解答すること。

〔1〕 いま、銀行に X 円を預金するとき、年間で 4% 、すなわち $X \times 0.04$ 円の利子が1年後につくものとする。この年利率の下で100万円の預金をしたとき、1年後には、その元利合計（元の預金額と利子を合計した金額）は 万円となる。これは、現在の100万円と1年後に得られる 万円とは同じ価値を持つことを意味しており、1年後に得られる 万円は、現在の価値に換算すれば100万円ということになる。したがって、1年後に得られる100万円を現在の価値に換算すれば $\frac{100}{1.04}$ 万円となる。このように、将来に発生するお金と、それを現在の価値に換算したものは、その大きさが異なる。

〔2〕 預金する期間にわたって年利率が 4% で変わらなければ、複利法（受け取った利子を毎年預金額に繰り入れる方法）の計算により、最初に100万円を預金したときから10年後の元利合計は $100 \times 1.04^{\text{イ}}$ 万円となる。このことから、〔1〕と同様に考えれば、10年後に得られる100万円という金額は、現在の価値に換算すれば、別表の数値を使って、 万円ということになる。このような方法で将来得られる Y 円を現在の価値に換算したものは、将来の Y 円の「現在価値」と呼ばれる。

〔3〕 以上の考え方に従って、耐用年数（利用し続けることができる年数）が20年の発電施設Aが生み出す収益の現在価値を考える。この施設は、1年後、2年後、 \dots 、20年後まで、毎年100億円の収益を生み出すものとする。年利率は 4% で変わらないとして、 t 年後の100億円の現在価値を a_t で表し、 a_1, a_2, \dots, a_{20} の数列を考えるとき、その数列は、初項が 億円、公比が の等比数列となる。したがって、この発電施設Aが20年間にわたって生み出す収益の現在価値の合計は、別表の数値を使って、 億円となる。

〔4〕 次に、耐用年数が10年の発電施設Bが生み出す収益の現在価値を考える。

この施設は t 年後に $\frac{900}{(1.04)^{4t}}$ 億円の収益を生み出すものとする。年利率は4%で変わらないとして、この施設が生み出す t 年後の収益の現在価値を b_t で表し、 b_1, b_2, \dots, b_{10} の数列を考えるとき、その数列は、別表の数値を使って、初項が 億円、公比が の等比数列となる。したがって、この発電施設Bが10年間にわたって生み出す収益の現在価値の合計は、別表の数値を使って、 億円となる。

〔5〕 〔4〕の発電施設Bを10年ごとに3回建設する状況を考える。年利率は4%で変わらないとき、発電施設Bの3回の建設により、合計30年にわたって生み出される収益の現在価値の合計は、別表の数値を使って、

× 億円となる。

別表

n	$\frac{1}{1.04^n}$	n	$\frac{1}{1.04^n}$
3	0.89	15	0.56
4	0.85	20	0.46
5	0.82	25	0.38
6	0.79	30	0.31
7	0.76	35	0.25
8	0.73	40	0.21
9	0.70	45	0.17
10	0.68	50	0.14

Ⅲ 次の問いに答えよ。ただし、 $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする。

〔1〕 $\tan^2\theta$ を $\cos\theta$ を用いて表せ。

〔2〕 $\tan\theta = x$ とするとき、 $\sin 2\theta$, $\cos 2\theta$ を x で表せ。

〔3〕 x がすべての実数値をとるとき、分数式 $\frac{7 + 6x - x^2}{1 + x^2}$ の最大値を求める。

(a) 〔2〕の結果を利用して、分数式を $\sin 2\theta$, $\cos 2\theta$ を用いて表せ。

(b) (a)の結果を用いて、分数式の最大値を求めよ。

〔4〕 〔3〕の分数式が最大値をとるときの x の値を求めよ。